

الزمن : 3 ساعات

التاريخ : 4 / 1 / 2018م

أجب عن جميع الأسئلة  
\* ورقة الإمتحان تشتمل على صفتين \*  
\* تنبيه لا تكتب على ورقة الأسئلة \*

السؤال الأول:

(a) اثبت ان نهاية الدالة

$$f(x, y) = \begin{cases} 3xy, & (x, y) \neq (1, 2) \\ 0, & (x, y) = (1, 2) \end{cases}$$

تساوى 6

(b) جد نهايات الدوال التالية

(i)  $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} \frac{x^2 - y^2}{x + y^2}$

(ii)  $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} \frac{\sin(x+y)}{x+y}$

(iii)  $\lim_{\substack{x \rightarrow 1 \\ y \rightarrow 2}} \frac{x^{2y}}{2x+y}$

(c) (i) اذكر شروط استمرارية الدوال  $Z=f(x, y)$  عند النقطة  $(x_0, y_0)$  ومن ثم افحص الدوال التالية للاستمرار.

(ii)  $f(x, y) = 3xy$  عند النقطة  $(1, 2)$

(iii)  $f(x, y) = \frac{2xy}{x^2 + y^2}$  عند النقطة  $(0, 0)$

(iv)  $f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^2 - y^2}{x^2 + y^2}, & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0, & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$

السؤال الثاني: أحسب المشتقات الجزئية للدوال ادناه

(i)  $Z = x^2 + 2xy^2 - y^3$

(ii)  $Z = (x^2 + y^2) e^{-xy}$

(iii) برهن ان  $\frac{\partial z}{\partial x} + \frac{\partial z}{\partial y} = 1$  حيث  $Z = 2\sin(x + 2y - 3z) = x + 2y - 3z$

(iv) جد المشتقات الجزئية من الثالثه للداله

$Z = 2x^3 + 3xy^2$  عند النقطة  $(x, y) = (1, 2)$

$\Delta y = 0.1$  &  $\Delta x = 0.2$

(iv) احسب  $\Delta z$  للداله اعلاه عند النقطة  $(1, 2)$  وحيث

### السؤال الثالث:

أفرض ان  $Z=f(x, y)$  وحيث  $X=g(u, v)$   $Y=h(u, v)$  جد

$$\frac{\partial z}{\partial v} \text{ \& } \frac{\partial z}{\partial u} \text{ (a)}$$

جد  $U - 2v^2 = x - 2y$   $\&$   $u^2 - v = 3x + y$  اذا كانت (b)

$$\frac{\partial x}{\partial y} \text{ (ii) مستخدماً الجكاليوبيان} \quad \frac{\partial z}{\partial x} \text{ (i)}$$

$$Z = \frac{3}{4}y^2 + \frac{1}{24}y^3 + \frac{1}{32}y^4 - x^2$$

(c) /1 اذا كانت معادلة السطح هي

جد النهايات العظمى والصغرى لهذه الدالة

2/جد معادله المستوى المماس للدالة اعلاه عند النقطة (2, 1)

3/جد معادله العمود للسطح عند النقطة (2, -1)

### السؤال الرابع:

(a) احسب التكامل المزدوج للدالة  $Z = 4x^2 - 6xy$

$$\text{حيث } -2 \leq x \leq 1, \quad 1 \leq y \leq 3$$

(b) احسب تكامل الدالة  $Z=4x^2 - 6xy$  حيث  $Y=x+1, \quad y=x^2$